測　定　：　平成27年6月26日
試　料　：学生実験配線用
長　さ　：500 mm
半　径　：　0.5 mm　（より線）
間　隔　：　25 mm
測定周波数：200 kHz
容量値：　5.7 pF

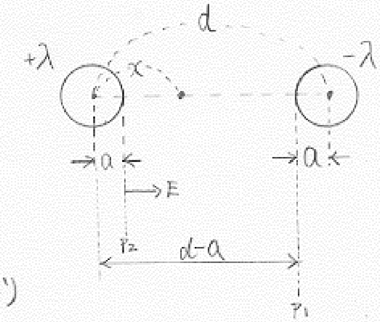
長　さ　　　　：1 m
測定周波数　：200 kHz
インダクタンス：0.84 uH

2015.6.26(金)
"詳解電磁気学演習" P.49 より
"微分積分学精説" P.51, P.128

平行2線間の容量

○ 半径 a のきわめて長い直線状導線が中心軸間の距離 d ($\gg a$) を隔てて平行におかれているとき、単位長さあたりの静電容量を求める。

○ $\pm\lambda$：単位長さあたりの電荷とする。



$a \ll d$ なので電荷分布は中心軸について対称的と見なす。

両中心軸を直角に結ぶ線分上、$+\lambda$ の軸より x の距離の点に両導線上の電荷によって生ずる電界は

$$\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}, \quad \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}$$

なので、電界 E は、

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right)$$

r は E を発生させる点電荷との距離とする

電位差Vは、(電界と距離で積分)

電位差とは、1Cの点電荷を電界から受ける力に抗してある点からある点まで運ぶための仕事である。
$V = -\int_\infty^P \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} = \int_P^\infty \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r}$

$$V = \int_{d-a}^{a} -E\,dx = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_a^{d-a}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right)dx$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\Big[\log x - \log(d-x)\Big]_a^{d-a} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\Big[\log\frac{x}{d-x}\Big]_a^{d-a}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\Big[\log\frac{d-a}{a} - \log\frac{a}{d-a}\Big] = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\log\left(\frac{d-a}{a}\right)^2$$

$$= \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\log\frac{d-a}{a}$$

$Q = CV$ より静電容量 C は、 $\rightarrow C = \frac{\lambda}{V}$

$$\therefore \quad C = \frac{\lambda}{V} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\log\frac{d-a}{a}} \fallingdotseq \frac{\pi\varepsilon_0}{\log(d/a)}$$

○ $d = 25$ mm, $a = 0.5$mm のとき $C = 16.4$ PF/m となる。

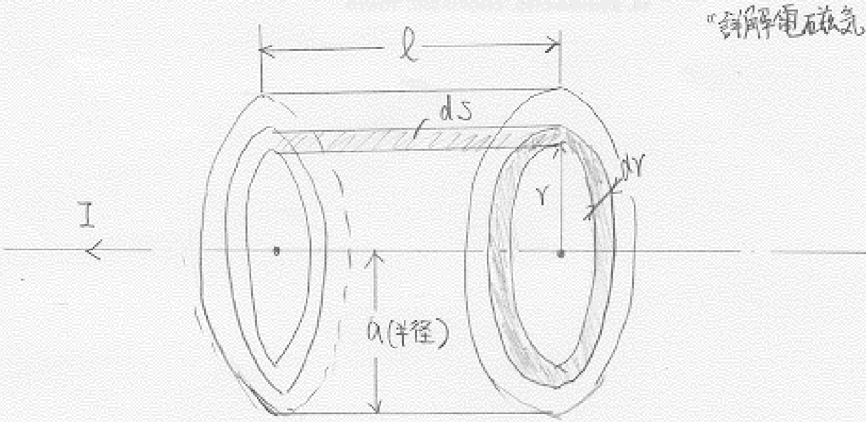
$l = 50$ cm では C は 8.2 PF となり、桁違いには外れていない！

5.7pF ……実測

2007.5.11 初
2015.6.26 改
No1

導体の自己インダクタンス　リード線を想定し、概略値を求める

"詳解電磁気演習" P.275〜



(1) 内部磁束 ϕ_i

Ampereの周回積分の法則より
r点における磁界は、その場所の
電流が $I\frac{r^2}{a^2}$

$$I\frac{r^2}{a^2} = \oint H\cdot dS = H2\pi r$$

$$\therefore H = \frac{I}{2\pi a^2}\cdot r$$

円筒環部分において磁束 $d\phi = \mu H l dr$
鎖交回数Nは1より小さく、全体の $\frac{r^2}{a^2}$
なので $N = \frac{r^2}{a^2}$、この部分の鎖交
磁束 $d\phi_i$ は

$$d\phi_i = N d\phi = \frac{r^2}{a^2}\mu H l dr$$

$$= \frac{\mu r^3 l I}{2\pi a^4} dr$$

全鎖交磁束 ϕ_i は、

$$\phi_i = \frac{\mu l I}{2\pi a^4}\int_0^a r^3 dr = \frac{\mu l}{8\pi} I$$

ここで $\phi_i = L_i I$

$$L_i = \frac{\mu l}{8\pi}$$ ……(1)……内部インダクタンス

$l = 1m$ を実測すると
0.84 μH ……実測値

しかし、(1)に数値を代入すると

$$L_i = \frac{4\pi\times10^{-7}\times 1}{8\pi}$$

$$= 0.05\ \mu H$$ ……計算値

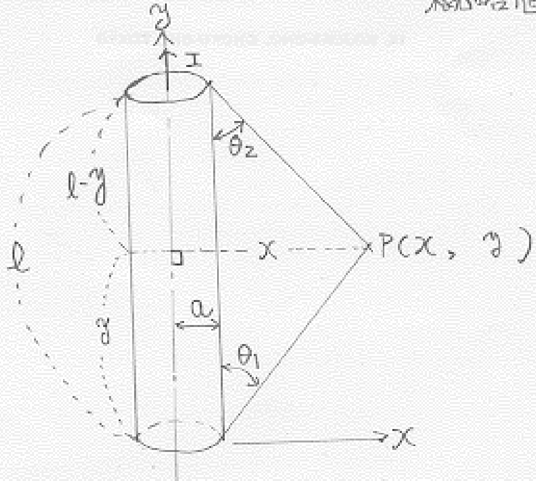
っとなって、実測値と合わない。
そこで次に外部磁束 ϕ_e を考えて見る。

参考
$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$
$\mu = \mu_s \mu_0$
銅≒0.99999……
$\mu \fallingdotseq \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$

2007.5.11 初
2015.6.27 改
No2

導体の自己インダクタンス

リード線を想定し、概略値を求める。



(2) 外部磁束 ϕ_e で考える

$$H=\frac{I}{4\pi x}(\cos\theta_1+\cos\theta_2)$$

$$=\frac{I}{4\pi x}\left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{l-y}{\sqrt{x^2+(l-y)^2}}\right)$$

外部磁界と導線との鎖交磁束 ϕ_e は

$$\phi_e=\iint \mu_0 H\,dx\,dy$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_a^\infty\int_0^l \frac{1}{x}\left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{l-y}{\sqrt{x^2+(l-y)^2}}\right)dy\,dx$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-a}^{a}\frac{1}{x}\left[\sqrt{x^2+y^2}-\sqrt{x^2+(l-y)^2}\right]_{y=0}^{y=l}dx$$

$$=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_a^\infty\left(\frac{\sqrt{x^2+l^2}}{x}-1\right)dx$$

$$=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\sqrt{x^2+l^2}-l\log\frac{l+\sqrt{x^2+l^2}}{x}-x\right]_a^\infty$$

$$=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left\{l\log\left(\frac{l+\sqrt{a^2+l^2}}{a}-\sqrt{a^2+l^2}+a\right)\right\}$$

ここで以下を用いている

$$\because \lim_{x\to\infty}\left\{(\sqrt{x^2+y^2}-x)-l\log\frac{l+\sqrt{x^2+l^2}}{x}\right\}=0-\log 1=0$$

$$\because \lim_{x\to\infty}\frac{l+\sqrt{x^2+l^2}}{x}=\lim_{x\to\infty}\left\{\frac{l}{x}+\sqrt{1+\frac{l^2}{x^2}}\right\}=1$$

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+l^2}-x)=\lim_{x\to\infty}\left\{x\left(1+\frac{l^2}{x^2}\right)^{\frac{1}{2}}-x\right\}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left\{x\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{l}{x}\right)^2-\frac{1}{8}\left(\frac{l}{x}\right)^4+\cdots\right)-x\right\}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left\{\frac{1}{2}\frac{l^2}{x}-\frac{1}{8}\frac{l^4}{x^3}+\cdots\right\}=0$$

$\phi_e=L_e I$ とすると

$$L_e=\frac{\mu_0}{2\pi}\left\{l\log\left(\frac{l+\sqrt{a^2+l^2}}{a}\right)-\sqrt{a^2+l^2}+a\right)\}$$

$a \ll l$ では

$$L_e\fallingdotseq\frac{\mu_0}{2\pi}\left(l\log\frac{2l}{a}-l\right)$$ (2) 外部インダクタンス

$l=1$m においては、 ($a=0.5$mm)

$$L_e=\frac{4\pi\times10^{-7}}{2\pi}(1\times\log 4000-1)=5.2\times10^{-7}\ [\mathrm{H}]$$

$=0.52\ \mu$H ⟺ $0.84\ \mu$H

計算値　　実測

桁違いにはなっていない！

実測：平行2線間容量測定装置の一端をショートさせて1mとした。