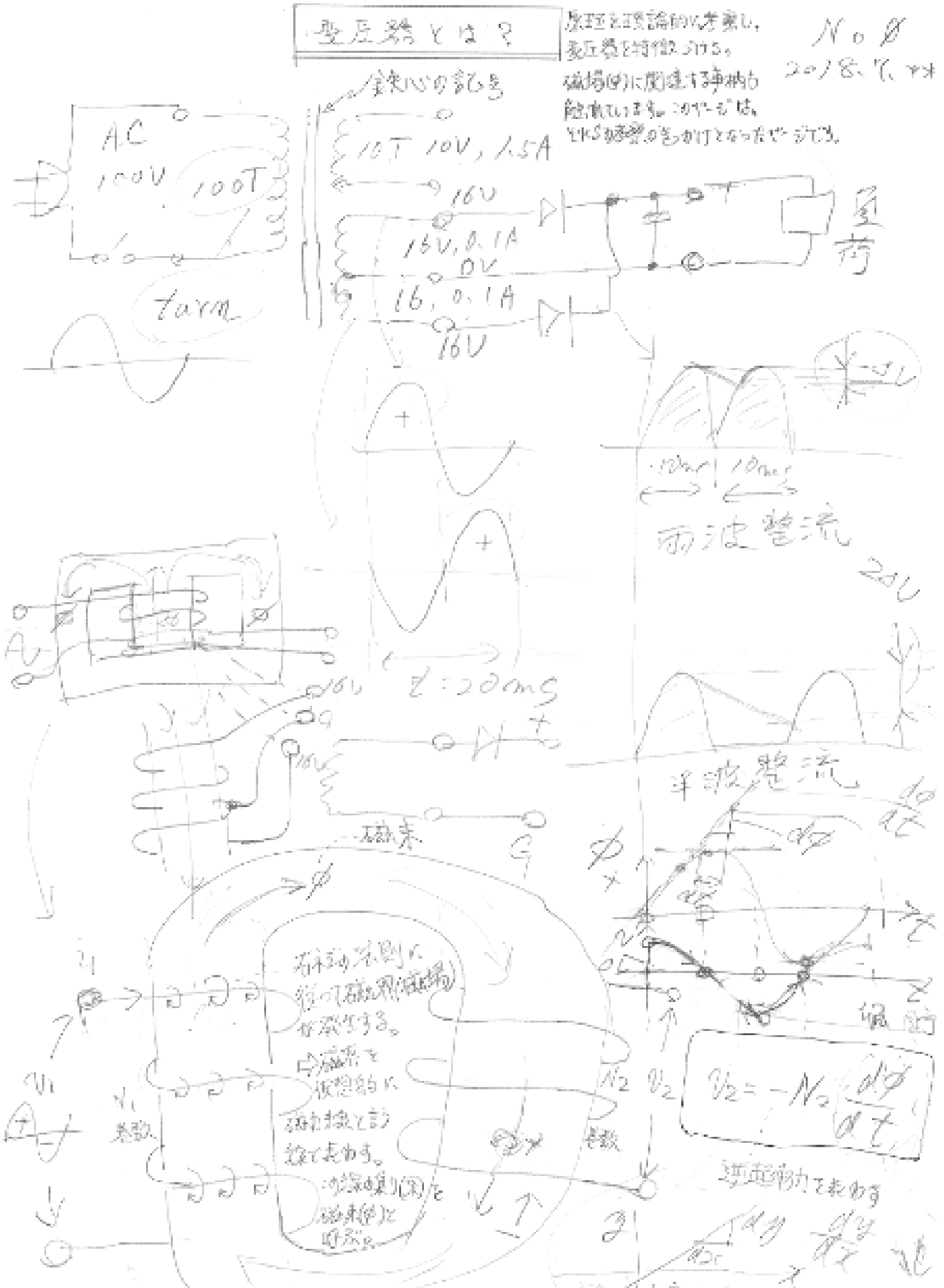
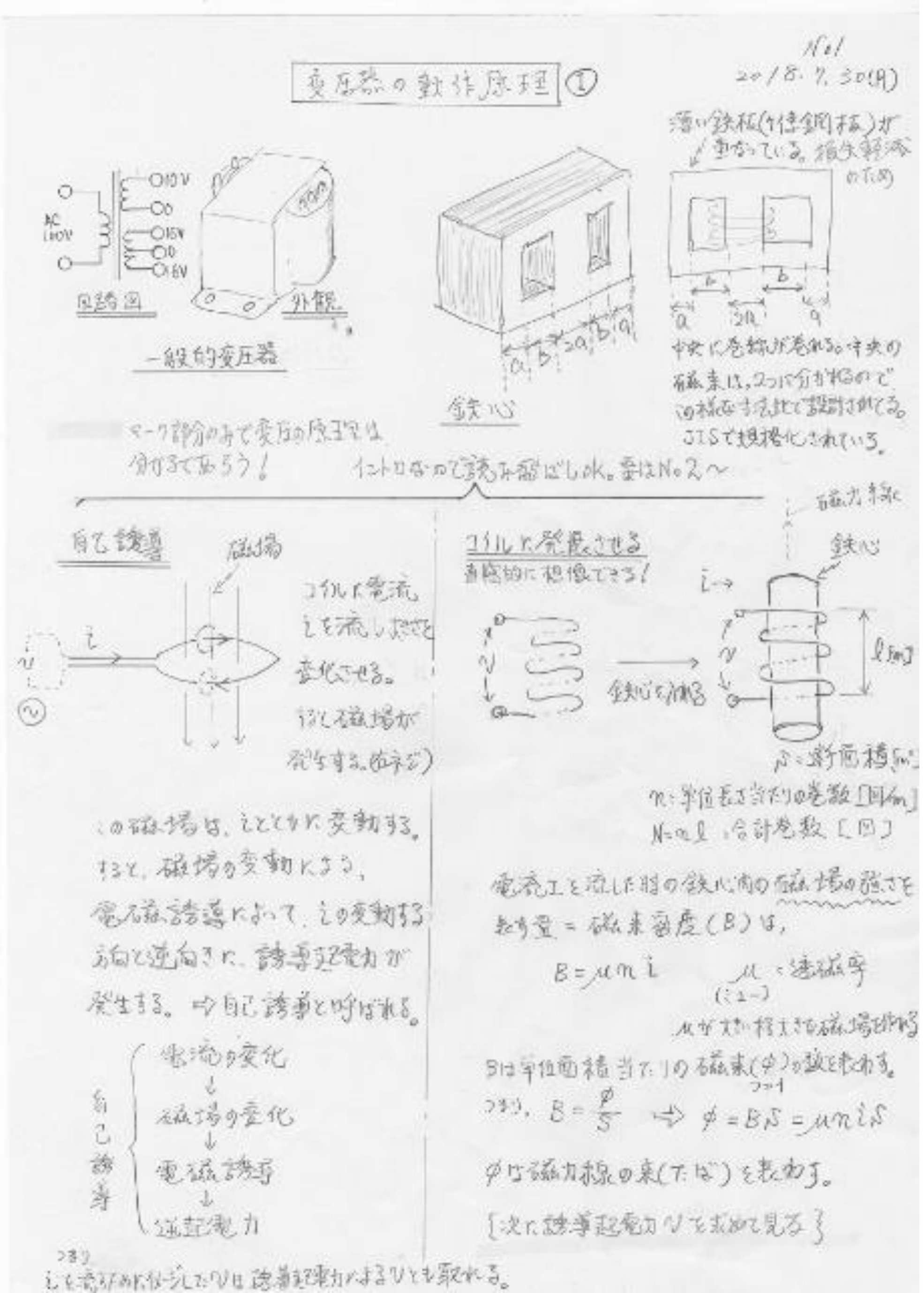
トランスの原理と磁気特性

2018.7.xx　このメモ作成





部分のみで分かる！　変圧器の動作原理 ②

誘導起電力 v

$$v = -N\frac{d\phi}{dt} \quad \cdots (c)$$

（ノイマンの式＝公式）

ϕの時間的変化率 ⇒微分の式です
（vとする起電力の意味、直流ではゼロ。）

彼のインダクタンスを求める。

$$v = -N\mu n S\frac{di}{dt} \quad (\because \phi = \mu n i S)$$

→ iの時間的変化率

$$= -N\mu\frac{N}{l}S\frac{di}{dt} \quad (\because N = nl)$$

$$= -\frac{\mu N^2 S}{l}\cdot\frac{di}{dt}$$

または、$= -\mu n^2 l S\frac{di}{dt}$

係数部分を L として書き直せば、

$$v = -L\frac{di}{dt} \quad \cdots (a)$$

このLを自己インダクタンスと呼ぶ！

単位はヘンリー［H］を用いる。（人名）

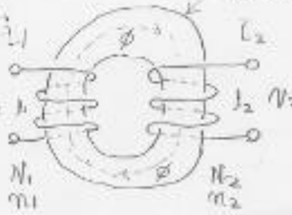
ちなみにアンペアも人名。

vはiを流すためにイメージしたvである。

《以上は自己誘導》

以上の考察の過程で考えた磁束ϕの通り道を鉄等で作り、もう1つのコイル(N_2)を通り道に置いて見る。⇒右上の図

電圧を変える



断面積Sはどこも同じ。ϕは全て鉄心内を通るものとする。

N_2に関して、誘導起電力によって発生する電圧v_2を求めると、 $\cdots (d)$

$$v_2 = -N_2\frac{d\phi}{dt} \quad (\phi は N_1 N_2 に共通)$$

おわりに、ϕを求めて見る。（←n_1）

$$\phi = BS = \mu n_1 i_1 S$$

$$= \mu\frac{N_1}{l_1}i_1 S \quad \cdots (b)$$

式(c)より以下が書ける。

$$v_1 = -N_1\frac{d\phi}{dt} \quad \cdots (e)$$

同じ！

故に(e)より

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{v_1}{N_1}$$

したがって、これを(d)式に代入してv_2を求める。

$$v_2 = -N_2\left(-\frac{v_1}{N_1}\right)$$

$$= \frac{N_2}{N_1}v_1$$

故にv_2はv_1の$\frac{N_2}{N_1}$倍の電圧となる。

⇒ $N_1 = 100$, $N_2 = 200$ ならば

$v_2 = 2v_1$ ……2倍の電圧を得る。

(d)と(e)の式からv_2が求まる。

これが変圧器の原理である。

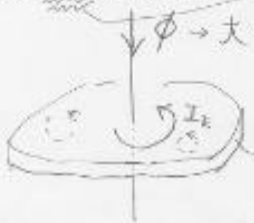
変圧器の原理
ー鉄心について ー ③

鉄心の損失 ー動的なんー

理想は存在しない

1、電流iによって磁場（磁束：ϕ）が発生する。ϕの近くに鉄の様な導体（自由電子が沢山詰まっている）を置く。次にϕを大きくすると、導体内には、ϕを小さくする様な向きの電流(I_E)が流れる。

→ うず電流と呼ぶ
I_E : Edy Current



2、導体は、いくらかの抵抗（rとする）を持つので、そこで電力が食われてしまう（消費）。 $P_E = rI_E^2$ ［W］ --→ "うず電流損" と呼ぶ

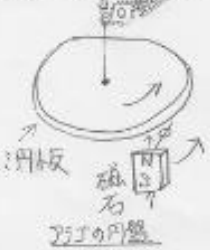
I_Eは導体内に無数に存在するので それ相当の電力が消費される。 → ほぼ、ほぼ "鉄心の重さ" に比例する。

⇒つまり、二次側から電力を取り出さなくても一次側に電源をつないだだけで消費される。

これは、待機電力と呼ばれ、変圧器の世界では "無負荷損失"。と呼ばれる。

"ヒステリシス損" とも呼ぶ

付随するいくつかの現象など ↓
（ふずい）



磁石を矢印方向に回すとアルミ板の中に磁石の動きを止める向きにうず電流が発生する。その結果、アルミ板に同方向の力が発生し、回る。（レンツの法則）

詳しくは、導体内の電子との作用を考えるのでもっと複雑。

アラゴの円盤と呼ぶ
（家庭用電力量計）

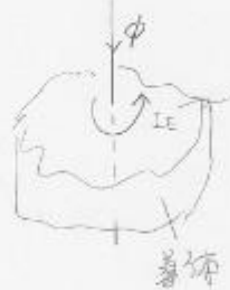
これらの理由によって、つないでおくと、暖くなってしまう。

ちなみに500Wクラスの変圧器では、ほぼ25Wくらいで！

変圧器の原理 ④
ー鉄心についてー

No 4
2018.7.31(火)

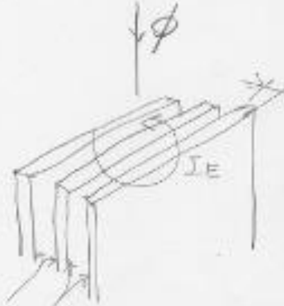
うず電流損を小さくする



I_Eが流れない様にすれば良い！

∴ ↓

導体を絶縁すれば良い！



0.5mm ほど

↓

薄い程効果がある。

絶縁塗料を塗って密着しておく。

大きなトランスは、ボルトを使う！

↳ しめ過ぎるとI_Eが大きくなり、

損失も大きくなる。(∵ 絶縁抵抗が減少するため)

"なぜならば"を示すために用いる数学記号(∵)(参考) ⇒ ∴

この事を考慮して、トランスは製作されている。

うず電流損の積極的利用

逆にうず電流を大きくし、損失を大きく(大きな発熱)なる様に製作すれば、電気がまや、I・Hが出来る。損失は、電源周波数に比例するので、周波数を上げれば発熱も大きくなる。

変圧器の原理 ⑤
──磁束ϕを測る──

No 5
2018.8.1(水)

ある事をすると、鉄心内部の磁束ϕが測れる。

v_2から求めて見る

$$v_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} \cdots\cdots (d)$$

ってあった。ここで、

v_2とϕは時間tとともに変化する。

ていねいに書くと、⇒ $v_2(t)$, $\phi(t)$

(d)式を書き直すと、

$$v_2(t) = -N_2 \frac{d\phi(t)}{dt} \cdots\cdots (f)$$

この式から、何とか$\phi(t)$が得られないものか？

試しに(f)式の両辺を時間tで積分して見る。

$v_2(t)$と$\phi(t)$に微小時間dtをかけて、足し込んでゆくこと。

記号は$\int$を用いる。

← sum：全ての意味

$$\int v_2(t)\,dt = \int -N_2 \frac{d\phi(t)}{dt} \cdot dt$$

$$\int v_2(t)\,dt = -N_2\,\phi(t)$$

$$\therefore\ \phi(t) = -\frac{1}{N_2} \underbrace{\int v_2(t)\,dt}_{v_2(t)\text{を}t\text{で積分の意味}} \cdots (g)$$

上の(g)式より、二次電圧$v_2(t)$を何らかの方法で積分出来れば求まる。

交流波形を積分するって？

仮りに、$v_2(t) = \sin(\omega t)$とする。

但し $\omega = 2\pi f$

tで積分すると、

$$\int v_2(t) = -\underbrace{\frac{1}{\omega}}_{\text{振幅}} \cos(\omega t) \cdots\cdots (h)$$

図で表すと、

90°の位相遅れ！

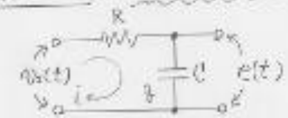
$\phi(t)$のグラフでもある。

積分の実現方法

(1) $v_2(t)$を計算して求める。

(2) 電子回路的にリアルタイムで求める。

(2)について ⇒ 解説や詳細はさらに省略した～



qはコンデンサに留っている電荷。

(メモ) $q = C\,e(t)$, → $e(t) = \frac{q}{C}$

$v_2(t) = Ri + e(t) \cdots (i)$

ここで、$v_2(t) \gg e(t)$ となる様にR, Cを選ぶと、

$v_2(t) \fallingdotseq Ri \cdots\cdots (j)$

一方、$i = \frac{dq}{dt}$ なので、

(j)式より

$v_2(t) = R\frac{dq}{dt} \cdots (k)$

積分して

$\int v_2(t)\,dt = Rq$

故に、

$\int v_2(t)\,dt = RC\,e(t) \cdots (l)$

($q = C\,e(t)$より)

(l)式より

$$e(t) = \frac{1}{RC} \int v_2(t)\,dt \cdots (m)$$

式(g)の部分と共通

従って(g)と(m)式より、

$$\phi(t) = -\frac{RC}{N_2} \cdot e(t) \cdots (n)$$

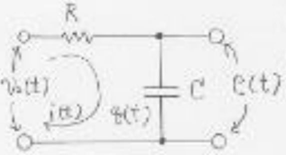
$e(t)$を測定する事によって、磁束ϕが測れる。

変圧器の原理
—磁束φを測る—

⑥

積分の実現方法

(2) 電子回路的にリアルタイムで求める。
—RC積分回路の補足—



R：抵抗[Ω]
C：容量[F]
q：コンデンサCに溜まっている電荷。

コンデンサCの端子間電圧 e(t)は、

$q(t) = C\,e(t)$ より、 ……Q=CV として暗記した。(電磁気学)

$$e(t) = \frac{q(t)}{C} \quad \cdots\cdots (o)$$

RC回路に流れる電流を i(t)として、
電圧式を立てて見る。 ……V=RI を用いる。

$$v_2(t) = R\,i(t) + e(t) \cdots (p),\ (i)$$

ここで $v_2(t) \gg e(t)$ となる様にR,Cを選ぶと、
≫非常に大きいと言う意味。

$$v_2(t) \fallingdotseq R\,i(t) \quad \cdots\cdots (q),\ (j)$$

≒はほぼ同じと言う意味。
例えば $v_2(t)=1000$, $e(t)=1$ の時は、
$1000 = R\,i(t) + 1$ となり、
$999 = R\,i(t)$ となって $v_2(t)$ と $Ri(t)$ は、
ほぼ等しいと言える。つまり1%の誤差。
電子回路の計算では、良く使われる。

一方、電流 i(t)は単位時間に流れる電子の
電荷qの移動量なので、以下と書ける。

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \cdots\cdots (r)$$

この式を、上の式(q)に代入すれば、

$$v_2(t) = R\frac{dq(t)}{dt} \cdots\cdots (s),\ (k)$$

この(s)式の両辺を時間tで積分する。

$$\int v_2(t)dt = \int R\frac{dq(t)}{dt}\,dt$$
$$= R\,q(t)$$

(o)式より $q(t) = C\,e(t)$ だから、上式は以下と書ける。

$$\int v_2(t)dt = RC\,e(t) \quad \cdots\cdots (t),\ (l)$$

この式の～～部分、つまり $\int v_2(t)dt$ と式(j)の
$\int v_2(t)dt$ の部分は全く同じである。従って
(t)の式を(j)の式に代入して、次式を得る。

$$\phi(t) = -\frac{1}{N_2}\cdot RC\,e(t)$$
$$= -\frac{RC}{N_2}\cdot e(t) \quad \cdots\cdots (u),\ (m)$$

実際問題、抵抗RとC、および N_2 は
ほぼ、ほぼ固定である。従って、
RCの出力電圧、e(t)を測って磁束φが求まる。
この時のRC回路は、RC積分回路と呼ばれる。
$v_2(t) \gg e(t)$ が大事な事であった。
(電圧比で表現した条件式である。)
インピーダンス比で書き換える事が出来て、

$$R \gg \left|\frac{1}{j\omega C}\right| \rightarrow R \gg \frac{1}{\omega C} \qquad 但し\ \omega=2\pi f$$

これより、RCの具体的な値を決められる。するのなど。
⟹理系大学の3年次レベル。

現実のトランスのφ(t)を測定し、
一次側電流 $i_1(t)$ を横軸に
して作図すると、右図になる。
磁束φの次元はボルト秒なので、
面積Sの次元はワット秒[Ws]であり、
(電源の周波数)を掛けると電力[W]となる。

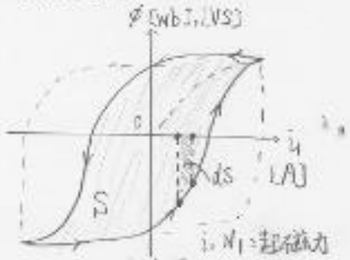
変圧器の原理
—φ, i_1 曲線の意味—

⑦

理系大学の磁気測定
実験レポート作成に役立つと思う。

φ, i_1 曲線

改めて書く。



φ i_1 曲線 (ヒステリシスループ)

この図は、極めて現実的な形です。
注) ここでは、トランスの一次側に電源をつなぎ、
i_1 によって磁束φを発生させました。
そして、N_1 回巻いたので、φを発生させるための
力は i_1N_1 であり、起磁力と呼ぶのです。
i_2N_2 では無いのです。

以上の様にRC積分回路をトランスの二次側に
つないだ時は、二次側コイルは磁束検出用として
用いています。また、RC積分回路のインピーダンスを
大きくすれば、i_2 をほぼ、ほぼゼロとする事が出来、
二次側をほぼ開放状態(すなわち無負荷)と
出来る。従って、鉄心内のφを、ほぼ測定出来る
訳です。

面積Sについて
積分式で表わせば、

$$S = N_1 \oint i_1\,d\phi \quad \cdots\cdots 一周積分$$

面積を求めるイメージは微小部分dSの面積を求め、
これをぐるーっと一周足し込んで行きます。
多数の i_1 およびφが測定できれば、これより、
Excel などを用いてSが求まります。

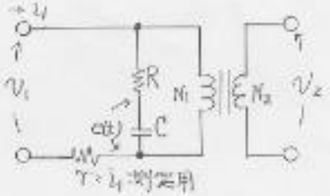
これに、電源の周波数fを掛ければ、鉄損電力P
が求まります。

$$P = fS \quad [W] \quad \cdots\cdots (v)$$

φ i_1 曲線は、ヒステリシスループ(履歴現象：
行きと帰りが異なる軌跡を描く)とも呼ぶ。
これは、1秒間にf回だけ、左回転します。
また、Sは電力に比例するので、二次側に
負荷をつなぐと、ループは横方向に太ります。

RC積分回路の配置

ノイマンの自己誘導の原理より、一次側につないだ
電源の電圧は自己誘導によって発生した電圧と
等価と見なせるので、RC積分回路を一次側に
置いても、磁束φが求まるはずです。



rは i_1 測定用であり、測定回路に影響を
与えない程度の微小抵抗とします。
この時の磁束φは、$\phi(t) = -\frac{RC}{N_1}\cdot e(t)$ となります。

以上の考察から、"見た目だけでは、何の動きも無い物の
中では、ダイナミックな"電磁現象"が起こっている事が
伝われば幸いである。